

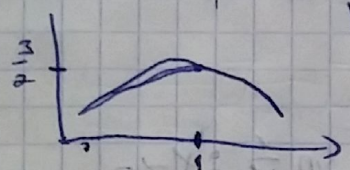
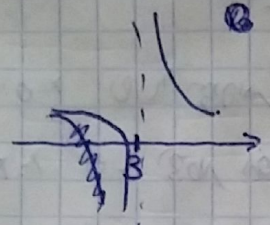
מספר זוגי: 319030896

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{(x-3)(x-1)}$$

$$x_0 = 3: \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{(x-3)(x-1)} = \frac{27 - 27 + 2}{0^+ (2)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{(x-3)(x-1)} = \frac{27 - 27 + 2}{0^- (2)} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

• הגדרת נקודה $x_0 = 3$



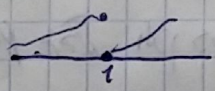
$$x_0 = 1: \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x + 2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-3} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

• הגדרת נקודה $x_0 = 1$

$$f(x) = \frac{1}{1 + 5^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$x_0 = 1: \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1 + 5^{\frac{1}{x-1}}} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 + 5^{\frac{1}{x-1}}} = \frac{1}{1 + 0} = 1$$



• הגדרת נקודה $x_0 = 1$

אם $x_0 = 2$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

אם $x_0 = -2$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

אם $x_0 = 1$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

אם $x_0 = -2$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

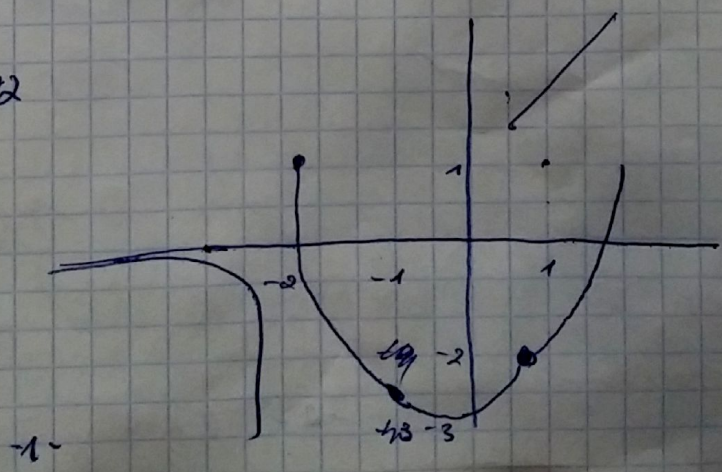
$$\lim_{x \rightarrow -2^+} x^2 - 3 = 1, f(-2) = 1 \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 - 3 = -2, f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} x+1 = 2$$

אם $x_0 = 2$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

אם $x_0 = 1$ אז $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ x^2 - 3 & -2 \leq x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$



200

בהתאם לזוהי פונקציה (ממשית) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x-1} : x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} : 0 < x \leq \pi \\ \frac{1}{x-4} : x > \pi \end{cases}$

בהתאם לזוהי פונקציה (ממשית) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x-1} : x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} : 0 < x \leq \pi \\ \frac{1}{x-4} : x > \pi \end{cases}$

בהתאם לזוהי פונקציה (ממשית) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x-1} : x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} : 0 < x \leq \pi \\ \frac{1}{x-4} : x > \pi \end{cases}$

אנחנו רוצים לדעת מה הפונקציה הזו עושה לנו. $x=0$ ו- $x=\pi$ הם נקודות שבהן הפונקציה אינה מוגדרת. $\Rightarrow$ נבדוק את המגבלות.

$f(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$

$f(\pi) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{x-4} = -1.16$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1}{x-4} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{x-4} = +\infty$

אנחנו רוצים לדעת מה הפונקציה הזו עושה לנו. $x=0$ ו- $x=\pi$ הם נקודות שבהן הפונקציה אינה מוגדרת. $\Rightarrow$ נבדוק את המגבלות.

$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = \sin(+\infty)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x} = \sin(-\infty)$

הפונקציה $\sin(x)$ היא פונקציה מחזורית. $\sin(x)$ היא פונקציה מחזורית. $\sin(x)$ היא פונקציה מחזורית.

$f(x) = \sin x \cdot \sin \frac{1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \sin \frac{1}{x} = 0 \cdot (-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sin x \sin \frac{1}{x} = 0 \cdot (-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1) = 0$

אנחנו רוצים לדעת מה הפונקציה הזו עושה לנו. $x=0$ ו- $x=\pi$ הם נקודות שבהן הפונקציה אינה מוגדרת. $\Rightarrow$ נבדוק את המגבלות.

$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2}} : x \neq 0 \\ A : x = 0 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x^2}} = e^{\frac{1}{0^2}} = e^{-\infty} = 0$

הפונקציה הזו היא פונקציה מחזורית.

100

$f(x) = \begin{cases} x^3 & : x < 2 \\ ax+b & : 2 \leq x \leq 3 \\ x^2+2 & : x > 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} ax+b = x^3$
 $\lim_{x \rightarrow 3} ax+b = x^2+2$

$2a+b=8$
 $3a+b=11$
 $a = \frac{3-b}{2}$
 $\downarrow$

$\frac{2(3-b)}{2} + b = 11$
 $2(3-b) = 11 - b$
 $6 - 2b = 11 - b$
 $-b = 5$
 $b = -5, a = 3$

$f(x) = \begin{cases} ax^3 & : x < 2 \\ ax^2+bx & : 2 \leq x \leq 3 \\ x^2+cx & : x > 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} ax^3 = ax^2+bx$
 $\lim_{x \rightarrow 3} ax^2+bx = x^2+cx$

$ax^2+bx = x^2+cx$
 $4a+3b = 9a+3c$
 $a = \frac{3-b}{6} \Rightarrow \frac{3-b}{2} = \frac{b}{2}$

$b = 1.5, a = 0.75$

$f(x) = \begin{cases} \frac{3x+4}{x-2} & : x < 0 \\ \frac{\sin ax}{x} & : 0 < x < \pi \\ \frac{x^2-a}{x^2-3x+4} & : x > \pi \end{cases}$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+4}{x-2} = \frac{\sin ax}{x}$

$-2 = \frac{\sin x \cdot a}{ax} \Rightarrow -2 = a$

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-16}{(x-4)(x+4)} = \frac{-16}{(-5)(4)} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-16}{(x-2)(x+4)} = \frac{-15}{(-5)(5)} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+4}{x-2} = -2, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin ax}{x} = \frac{\sin ax}{ax} \cdot a = 1 \cdot a = a$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-16}{(x-2)(x+4)} = \frac{-15}{(-5)(5)} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-16}{(x-2)(x+4)} = \frac{-15}{(-5)(5)} = -\infty$

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-16}{(x-4)(x+4)} = \frac{-16}{(-5)(4)} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-16}{(x-2)(x+4)} = \frac{-15}{(-5)(5)} = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(3x)}{\tan(5x)} = \frac{\sin^{-1}(3x) \cdot \cos(5x)}{\sin(5x)} = \frac{\sin^{-1}(3x) \cdot \cos(5x)}{\frac{\sin(5x)}{5x} \cdot 5x}$$

$$= \frac{\sin^{-1}(3x) \cdot \cos(5x)}{5x} \quad \left| \begin{array}{l} t = \sin^{-1}(3x) \\ 3x = \sin t \\ x = \frac{\sin t}{3} \end{array} \right| \quad \frac{t \cdot \cos(5x)}{\frac{5}{3} \sin t} = \frac{3 \cdot \cos(5x)}{5} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5x \cdot \tan^{-1} \frac{3}{x} \right) \quad \left| \begin{array}{l} t = \tan^{-1} \left(\frac{3}{x} \right) \\ \frac{3}{x} = \tan t \\ x = \frac{3}{\tan t} \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} t \rightarrow 0 \\ t \rightarrow 0 \end{array}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t \cdot 15}{\tan t} = \frac{t \cdot 15}{\frac{\sin t}{\cos t}} = \frac{15 \cdot \cos t}{\sin t} = 15 \cdot \cot t = \underline{\underline{15}}$$

$$\tan^{-1}(x) = 2 + x^3 \Rightarrow 2 + x^3 - \tan^{-1}(x) = 0$$

$$f(x) = 2 + x^3 - \tan^{-1}(x) \quad f: [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-2) = -4.89 \\ f(1) = 1.78 \end{array} \right\} f(-2) \cdot f(1) < 0 \Rightarrow \exists x \in [-2, 1] \Rightarrow f(x) = 0$$

$$f\left(\frac{-2 + (-1)}{2}\right) = f(-1.5) = -0.39$$

$$\Rightarrow f(-1) \cdot f(-1.3) < 0 \Rightarrow \exists x \in [-1.3, -1] \Rightarrow f(x) = 0$$

$$f\left(\frac{-1.5 + (-1)}{2}\right) = f\left(-\frac{11}{8}\right) = -0.29 \quad f(-1.25) = 0.94$$

$$\Rightarrow f(-1.25) \cdot f(-1.5) < 0 \Rightarrow \exists x \in [-1.5, -1.25] \Rightarrow f(x) = 0$$

$$f\left(\frac{-1.5 - 1.25}{2}\right) = f\left(-\frac{11}{8}\right) = 0.34$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{11}{8}\right) \cdot f(-1.5) < 0 \Rightarrow \exists x \in \left[-1.5, -\frac{11}{8}\right] \Rightarrow f(x) = 0$$

$$f\left(\frac{-1.5 - \frac{11}{8}}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{16}\right) = 7.96 \cdot 10^{-3}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

202
3

המשפט הראשון: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ אז f מקבלת את כל הערכים שבין $f(a)$ ל- $f(b)$.

המשפט השני: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) < f(b)$ אז לכל c בין $f(a)$ ל- $f(b)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט השלישי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) > f(b)$ אז לכל c בין $f(b)$ ל- $f(a)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט הרביעי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) = f(b)$ אז לכל c בין $f(a)$ ל- $f(b)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט החמישי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) < f(b)$ אז לכל c בין $f(a)$ ל- $f(b)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט השישי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) > f(b)$ אז לכל c בין $f(b)$ ל- $f(a)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט השביעי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) = f(b)$ אז לכל c בין $f(a)$ ל- $f(b)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט השמיני: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) < f(b)$ אז לכל c בין $f(a)$ ל- $f(b)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

המשפט התשיעי: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ו- $f(a) > f(b)$ אז לכל c בין $f(b)$ ל- $f(a)$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = c$.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

4

$$\lim_{x \rightarrow a} x_1 = a \cdot x_1^2 + b x_1 + c = b \cdot a + c$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x_2 = a \cdot x_2^2 + b x_2 + c = b \cdot a + c$$

$$b x_1 + c = b x_2 + c \Rightarrow x_1 = x_2$$

כל $a \in \mathbb{R}$ קיים x ב- $[a, b]$ כך ש- $f(x) = a$.

5

המשפט הראשון: אם f היא פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ אז f מקבלת את כל הערכים שבין $f(a)$ ל- $f(b)$.